

Formulaire d'aide à la résolution des problèmes de calcul topométrique



Sommaire

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1 - Triangle quelconque | 11- Intersection droite - cercle |
| 2 - Triangles semblables | 12- Nivellement indirect |
| 3 - Triangle rectangle | 13- Corrections des distances |
| 4 - Trapèze | 14- Correction de niveau apparent |
| 5 - Polygone de n côtés | 15- Moyenne arithmétique, moyenne pondérée |
| 6 - Raccordements circulaires | 16- Relèvement sur 3 points - méthode du barycentre- |
| 7 - Secteur circulaire | 17- Relèvement sur 3 points - méthode de Delambre- |
| 8 - Transformations de coordonnées | 18- Changement de base |
| 9 - Intersection de deux droites | 19- Le G0 (ou V0) |

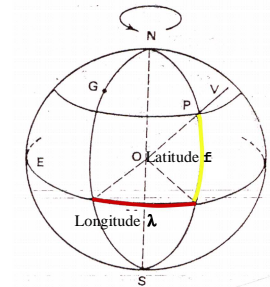
Conventions relatives aux travaux topographiques

Unités en vigueur :

- distance en mètre (m)
- angle en grades (gon)

Systèmes de coordonnées géographiques

longitude λ ,
latitude φ ,
hauteur sur l'ellipsoïde h

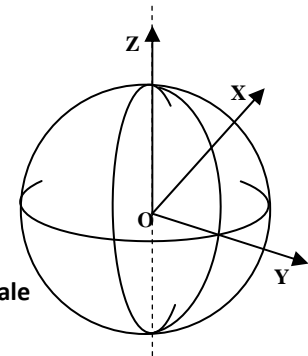


Systèmes de coordonnées planimétriques

- Coordonnées locales : x, y
- Coordonnées Lambert 93 : e, n
- Coordonnées RGF 93 CC (9 zones) : E, N

Systèmes de coordonnées géocentriques

X, Y, Z



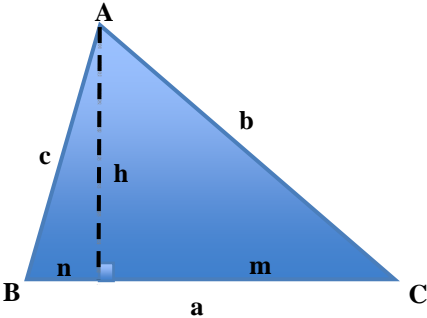
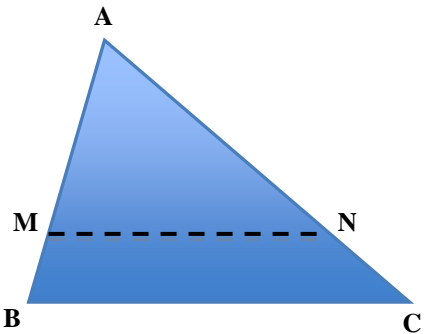
Systèmes de coordonnées altimétriques : altitude normale

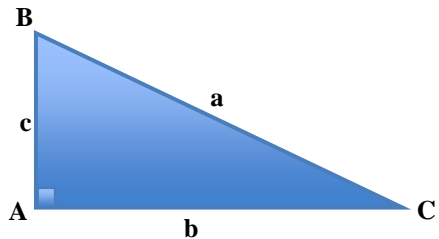
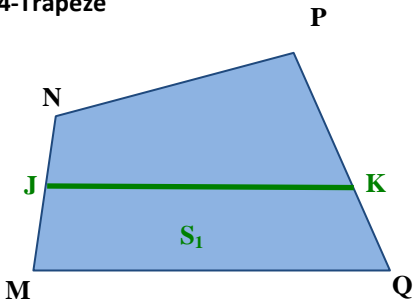
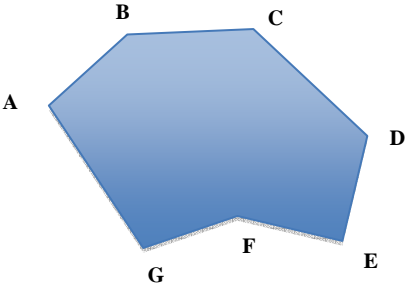
- NGF-IGN 69 (NGF-IGN78 pour la Corse) H

Rayon de la terre : 6370 km

Terminologie usitée :

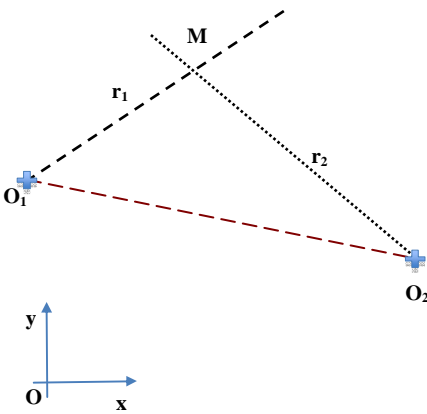
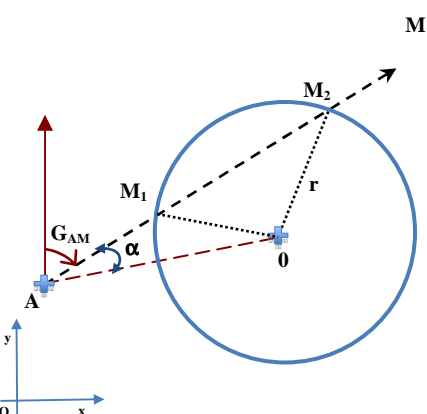
- ht ou hi = hauteur des tourillons ou hauteur de l'appareil
- hp = hauteur de prisme = hv (voyant) ou hr (réflecteur)

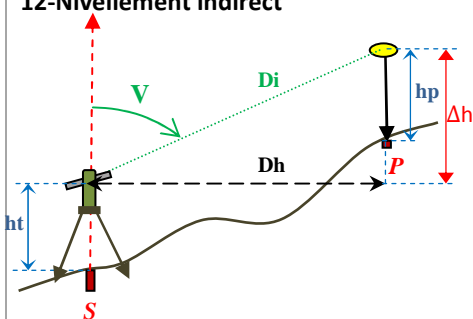
croquis - schémas	formules
<p>1-Triangle quelconque</p> 	<p>Relation des sinus $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$</p> <p>Relation des cosinus $a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 a \cdot c \cdot \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos C$</p> <p>Superficie $S = (a \cdot b \cdot \sin C) / 2$ $S = (a \cdot c \cdot \sin B) / 2$ $S = (b \cdot c \cdot \sin A) / 2$</p> $S = \frac{a^2 \cdot \sin B \cdot \sin C}{2 \cdot \sin A}$ <p>avec $p = \frac{1}{2}$ périmètre $S = \sqrt{[p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)]}$</p> $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\left[\frac{(p - b) \cdot (p - c)}{p \cdot (p - a)} \right]}$
<p>2-Triangles semblables</p> 	<p>Théorème de Thalès</p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$ $S_{AMN} = S_{ABC} \cdot k^2$

croquis - schémas	formules
<p>3-Triangle rectangle</p> 	<p>$\sin B = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse} = b/a$ $\cos B = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse} = c/a$ $\tan B = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = b/c$ $BA^2 + AC^2 = BC^2$</p> <p>Superficie $S = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot c)$</p>
<p>4-Trapèze</p> 	<p>$S_1 = \text{superficie MJKQ}$</p> $JK^2 = MQ^2 - 2S_1 \cdot \left(\frac{1}{\tan Q} - \frac{1}{\tan M} \right)$ $QK = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin Q}$ $JM = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin M}$
<p>5-Polygone de n cotés</p> 	<p>Somme des angles intérieurs $\Sigma = (n - 2) \cdot 200$</p> <p>Somme des angles extérieurs $\Sigma = (n + 2) \cdot 200$</p> <p>Superficie $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [x_i \cdot (y_{(i+1)} - y_{(i-1)})]$ $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [y_i \cdot (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})]$</p>

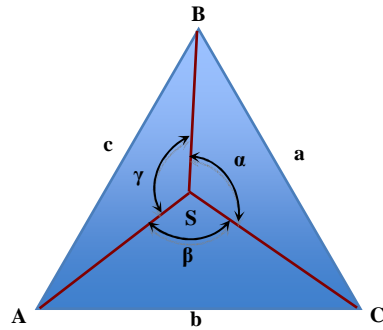
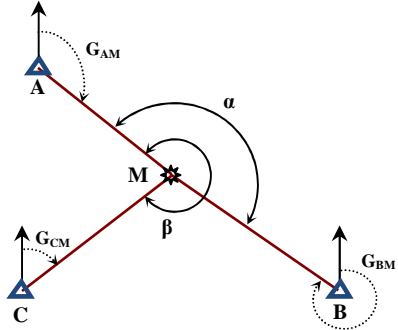
croquis - schémas	formules
6-Raccordements circulaires	
	<p>Périmètre du cercle = $2\pi \cdot r$</p> <p>Superficie du disque = $\pi \cdot r^2$</p> <p>Longueur de la corde $T_1T_2 = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\beta}{2}$</p> <p>Longueur de l'arc = $T_1T_2 = \frac{2\pi \cdot r \cdot \beta}{400}$</p> <p>Longueur de la flèche $MH = r - [r \cdot \cos \frac{\beta}{2}]$</p> <p>Longueur du segment de la tangente</p> <p>$ST_1 = ST_2 = r \cdot \tan \frac{\beta}{2}$</p>
7-Secteur circulaire	
	<p>Triangle: $S = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \beta$</p> <p>Secteur: $S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \beta}{400}$</p> <p>Segment: $S_{\text{secteur}} - S_{\text{triangle}}$</p>

croquis - schémas	formules
8-Transformations de coordonnées	
	<p>$x_B - x_A = D_{AB} \cdot \sin G_{AB}$</p> <p>$y_B - y_A = D_{AB} \cdot \cos G_{AB}$</p> <p>$D_{AB} = \sqrt{[(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2]}$</p> <p>Gisement AB</p> <p>$\tan G' = (x_B - x_A) / (y_B - y_A)$</p> <p>$\tan G' = \frac{\Delta x}{\Delta y}$</p> <p><i>on obtient G' avec son signe</i></p> <p>si $\Delta x \geq 0$ et $\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G'$</p> <p>si $\Delta x \geq 0$ et $\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200$</p> <p>si $\Delta x \leq 0$ et $\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200$</p> <p>si $\Delta x \leq 0$ et $\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 400$</p>
9-Intersection de deux droites	
	<p>1ère méthode :</p> <p>G_{AB} et D_{AB} par (x, y)</p> <p>résolution du triangle AMB</p> <p>angle A = $G_{AB} - G_{AM}$</p> <p>angle B = $G_{BM} - G_{BA}$</p> <p>D_{AM} et D_{BM}</p> <p>Calcul des (x, y) de M depuis A</p> <p>Contrôle : (x, y) de M depuis B</p> <p>2ème méthode : (formule de Delambre)</p> <p>depuis A</p> $y_M - y_A = \frac{(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}}{\tan G_{BM} - \tan G_{AM}}$ <p>depuis B</p> $x_M - x_A = (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$ <p>Contrôle : idem depuis B</p>

croquis - schémas	formules
<p>10-Intersection de deux cercles</p> 	<p>calcul de $G_{O_1-O_2}$ et $D_{O_1-O_2}$ par (x,y)</p> <p>résolution du triangle O_1O_2M</p> <p>calcul de G_{O_1-M} puis x_M et y_M par rapport à O_1</p> <p>Contrôle : calcul de G_{O_2-M} puis calcul de x_M et y_M par rapport à O_2</p>
<p>11-Intersection droite - cercle</p> 	<p>G_{AO} et D_{AO} par (x,y)</p> <p>résolution du triangle AOM_1</p> <p>$OM_1 = r = \text{rayon}$ Calcul de l'angle A, angle M_1, angle O Distance AM_1</p> <p>Calcul des (x,y) de M_1 depuis A</p> <p>Contrôle : Calcul des (x,y) de M_1 depuis O</p> <p>idem pour le triangle AOM_2</p>

croquis - schémas	formules
<p>12-Nivellement indirect</p> 	<p>$Dh = \sqrt{Di^2 - \Delta hi^2}$</p> <p>Dénivelée instrumentale Δhi</p> <p>$\Delta hi = Di \cdot \cos V$</p> <p>$\Delta hi = Dh / \tan V$</p> <p>$Dh = Di \cdot \sin V$</p> <p>$H_p = H_s + ht + \Delta hi - hp$</p>
<p>13- Corrections des distances</p> <p>Pour obtenir une distance, il conviendra d'apporter aux mesures de longueurs les corrections suivantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- constante de prisme (donnée constructeur) 2- correction atmosphérique - C_a - obtenue par lecture sur un abaque (saisie sur le terrain au moment des mesures) 3- correction de pente - C_p - $Dh = Di \cdot \sin V$ 4- correction de réduction à l'ellipsoïde - C_o - ou $C_{\text{ellipsoïde}}$ $C_o = -\frac{Dh \cdot h}{R + h}$ 5- correction de représentation plane ou de projection - C_r ou C_l - <i>cette correction varie en fonction de la situation géographique du chantier, elle est obtenue sur « CIRCE ».</i> 	<p>Calcul du module : $m = \frac{Dr}{Dh}$</p> <p>On fixe pour une zone de travail un module m tenant compte de la hauteur moyenne au dessus de l'ellipsoïde (h_m) et de la position planimétrique d'un point central du canevas pour déterminer les coefficients $k_{\text{ellipsoïde}}$ et kr, en m/km.</p> <p>Coefficient de réduction à l'ellipsoïde</p> $k_{\text{ellipsoïde}_{m/km}} = -1000 \cdot \frac{h_m}{(R_m + h_m)}$ <p>Coefficient d'altération linéaire :</p> <p>kr lu à l'aide du logiciel CIRCE</p> <p>On déduit un module m par lequel sont multipliées toutes les distances "terrain" préalablement réduites à l'horizontale.</p> $m = 1 + \frac{k_{\text{ellipsoïde}} + kr}{1000}$ <p>Distance réduite à la projection</p> $Dr_m = Dh_m \cdot m$

croquis - schémas	formules
<p>14- Correction de niveau apparent</p> <p>Pour des portées supérieures à 300m, il est nécessaire de prendre en compte deux erreurs systématiques : l'erreur due à la sphéricité de la terrestre et l'erreur due à la réfraction atmosphérique.</p> <p>Ces erreurs de sphéricité et de réfraction sont généralement associées en une seule erreur nommée erreur de niveau apparent.</p> <p>La correction globale est appelée correction de niveau apparent Cna.</p>	<p>Cette correction est à ajouter à la dénivelée.</p> <p>On utilise généralement l'expression simplifiée suivante :</p> $Cna = \frac{Dh^2}{15,2}$ <p>Avec Cna en mètre, et Dh en km</p>
<p>15- Calcul d'une moyenne de plusieurs valeurs</p>	<p>Moyenne arithmétique :</p> $\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\text{valeur 1} + \text{valeur 2} + \dots + \text{valeur } n}{n}$ <p>avec : n = nombre de valeurs prises en compte</p> <p>Moyenne pondérée :</p> $\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\sum Vi \cdot pi}{\sum pi}$ <p>avec : V = valeur (longueur, angle, etc.) pi = poids attribué à la valeur i</p>

croquis - schémas	formules
<p>16-Relèvement sur 3 points: <i>méthode du barycentre</i></p> 	<p>S est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> <p>$\alpha + \beta + \gamma = 400 \text{ gon}$ et $A + B + C = 200 \text{ gon}$</p> $ma = \frac{1}{(\tan^{-1} A - \tan^{-1} \alpha)}$ $mb = \frac{1}{(\tan^{-1} B - \tan^{-1} \beta)}$ $mc = \frac{1}{(\tan^{-1} C - \tan^{-1} \gamma)}$ $x_s = \frac{ma \cdot x_A + mb \cdot x_B + mc \cdot x_C}{ma + mb + mc}$ $y_s = \frac{ma \cdot y_A + mb \cdot y_B + mc \cdot y_C}{ma + mb + mc}$
<p>17-Relèvement sur 3 points: <i>méthode de Delambre</i></p> 	<p>M est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> $\tan G_{AM} = \frac{\left[\frac{(x_A - x_B)}{\tan \alpha} - \frac{(x_A - x_C)}{\tan \beta} + (y_B - y_C) \right]}{\left[\frac{(y_A - y_B)}{\tan \alpha} - \frac{(y_A - y_C)}{\tan \beta} - (x_B - x_C) \right]}$ <p>$G_{BM} = G_{AM} + \alpha$</p> $y_M = y_A + \frac{[(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}]}{(\tan G_{BM} - \tan G_{AM})}$ $x_M = x_A + (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$

croquis - schémas	formules
<p>18- Changement de base : passer d'un système particulier (ou système local) à un système général</p> <p>Avec sur le schéma :</p> <p>EON = système général xO'y = système local</p> <p>xA et yA = coordonnées dans le système local EA et NA = coordonnées dans le système général GAB = gisement dans le système général gab = gisement dans le système local</p>	<p>Eléments connus :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les coordonnées x et y des points A et B sont connues dans le système local - Les coordonnées E et N des points o' et A sont connues dans le système général. <p>Avec le gisement de l'axe O'x connu dans le système général : $GO'x = GAB - gab + 100$</p> <p>Eléments cherchés :</p> $EB = EA + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$ $NB = NA + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$ <p>Soit pour un cas général</p> $En = E(n-1) + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$ $Nn = N(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$ <p>avec $\Delta x = xn - x(n-1)$ et $\Delta y = yn - y(n-1)$</p> <p>Avec le gisement de l'axe O'y connu dans le système général : $GO'y = GAB - gab$</p> $En = E(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'y + \Delta y \cdot \sin Go'y$ $Nn = N(n-1) + \Delta y \cdot \cos Go'y - \Delta x \cdot \sin Go'y$

croquis - schémas	formules
<p>19- le G0 (ou V0):</p>	<p>Le G0 (ou V0) d'une station est le gisement du zéro du limbe de l'appareil : gisement de la droite passant par le centre du limbe et la graduation « zéro » de ce limbe.</p> $GO_{station} = Gis_{St-Ref1} - \text{lecture sur Ref1}$ <p>Le Go moyen</p> <p>Pour obtenir une précision satisfaisante de l'orientation de la station (et la contrôler!) plusieurs références connues en coordonnées sont visées. Il faut alors calculer un G0 moyen à partir des différents G0 obtenus.</p> <p>Deux méthodes sont alors possibles:</p> <p>a - Go moyen par moyenne arithmétique : si les visées sont sensiblement d'égales longueurs.</p> $GO_{moyen\ St} = \frac{\sum GO_{St-Ref\ i}}{n}$ <p>avec n = nb de visées</p> <p>b - Go moyen par moyenne pondérée : si les visées sont d'inégales longueurs</p> <p>La pondération est alors proportionnelle à la longueur de chaque visée.</p> <p>Remarque: plus une visée est longue plus son orientation angulaire est précise.</p> $GO_{moyen\ St} = \frac{\sum (GO_{St-i} \cdot Li)}{\sum Li}$ <p>avec : GO_{St-i} = différents G0 calculés depuis la station Li = longueur de chaque visée</p>